



نسبت سرعت نور در محیط‌های (۱) و (۲) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{0/8}{0/5} = 1/6 \Rightarrow v_2 = 1/6 v_1$$

از رابطه $\frac{\text{مسافت طی شده}}{\text{زمان حرکت}} = \text{تندی}$ ، مدت زمان رسیدن پرتو از نقطه A به A' را به دست می‌آوریم:

$$t = \frac{AO + OA'}{v_1} = \frac{2AO}{v_1}$$

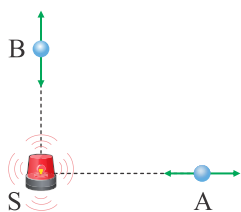
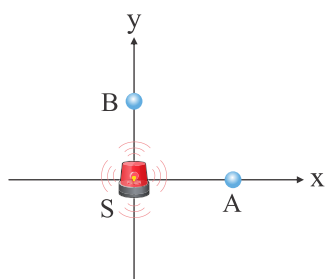
مدت زمان رسیدن پرتو از نقطه A به O و O به B را به دست می‌آوریم:

$$t' = \frac{OA}{v_1} + \frac{OB}{v_2} = \frac{OA}{v_1} + \frac{OB}{1/6 v_1} = \frac{1/6 OA + OB}{1/6 v_1} = \frac{2/6 OA}{1/6 v_1}$$

حال نسبت $\frac{t'}{t}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{t'}{t} = \frac{\frac{2/6 OA}{1/6 v_1}}{\frac{2OA}{v_1}} = \frac{2/6}{3/2} = \frac{13}{16}$$

اگر منبع صوت را S بنامیم، طبق تعریف موج طولی که در آن راستای انتشار و ارتعاش ذرات محیط یکسان هستند، در نقطه A جهت ارتعاش ذرات محیط به موازات محور x و در نقطه B جهت ارتعاش ذرات محیط به موازات محور y است.

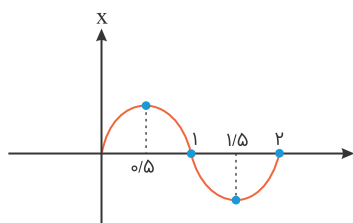


$$\frac{1}{5}\lambda = 15 \text{ cm} \Rightarrow \lambda = 10 \text{ cm} = 0.1 \text{ m}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{3}{60} = \frac{1}{20} \text{ m/s}$$

در شکل زیر نمودار مکان- زمان ذره M را می‌توان مشاهده کرد:

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0.1}{\frac{1}{20}} = 2 \text{ s}$$



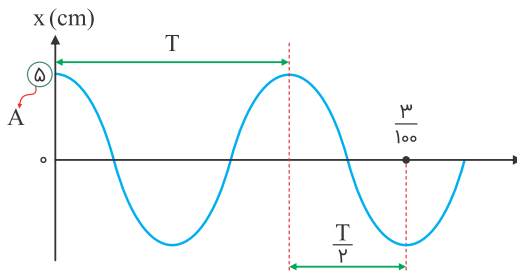
در لحظه $t_1 = 1 \text{ s}$ در مرکز نوسان هستیم و تا لحظه $t_2 = 1/5 \text{ s}$ به سمت $x = -A$ حرکت می‌کنیم. چون به سمت دامنه می‌رویم، حرکت کندشونده است.

دوره تناوب آونگ از رابطه $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ محاسبه می‌شود. با کاهش دمای محیط طول آونگ کاهش یافته و در نتیجه دوره تناوب نیز کاهش می‌یابد و با کاهش دوره تناوب، آونگ در یک مدت زمان معین، تعداد نوسان‌های بیشتری نسبت به حالت قبل انجام می‌دهد. (آونگ سریع‌تر کار می‌کند) و با سریع‌تر کار کردن آونگ، ساعت جلو می‌افتد.

$$\begin{aligned}
 m_A &= 2m_B \\
 \frac{T_A}{2} &= \frac{3}{4}T_B \Rightarrow T_A = \frac{3}{2}T_B \\
 \omega &= \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \omega_A = \frac{2}{3}\omega_B \\
 E &= \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} = \left(\frac{m_A}{m_B}\right)\left(\frac{\omega_A}{\omega_B}\right)^2\left(\frac{A_A}{A_B}\right)^2 \\
 \Rightarrow \frac{E_A}{E_B} &= \left(\frac{2m_B}{m_B}\right) \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{r}{2r}\right)^2 = 2 \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{9}
 \end{aligned}$$

با حرکت موج‌های پیش‌رونده، خود موج (آشفتگی) از یک سر به سر دیگر محیط می‌رود و ذرات سر جای خودشان، فقط نوسان می‌کنند و به همراه موج پیشروی ندارند. بنابراین گزینه ۳، نادرست است.

به کمک اطلاعات روی نمودار داریم:

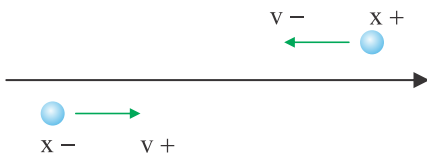


$$A = 5 \text{ cm} = \frac{1}{20} \text{ m}$$

$$T + \frac{T}{2} = \frac{3}{100} \Rightarrow T = \frac{1}{50} \text{ s} \Rightarrow f = 50 \text{ Hz}$$

حالا رابطه انرژی مکانیکی نوسانگر را بر حسب نوسانگر را بر حسب دامنه و بسامد می‌نویسیم:

$$E = 2\pi^2 m A^2 f^2 \Rightarrow 25 = 2 \times 10 \times m \times \left(\frac{1}{20}\right)^2 \times (50)^2 \Rightarrow m = \frac{1}{5} \text{ kg} = 200 \text{ g}$$



اگر مکان ذره مثبت و به سمت مرکز نوسان حرکت کند و یا مکان ذره منفی و به سمت مرکز نوسان حرکت کند، حرکت نوسانگر الزاماً تندشونده است.

باتوجه به قانون شکست عمومی داریم:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin \hat{i}}{\sin \hat{r}} \Rightarrow \frac{v_1}{v_2} = \frac{\sin 60^\circ}{\sin 45^\circ} = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

کافی است نسبت توان منبع صوت به مساحت کره‌ای به شعاع ۲۰ m به مرکز منبع صوت را با نسبت توان رسیده به صفحه به مساحت صفحه برابر قرار دهیم تا توان منبع به دست بیاید.

$$\frac{P_{\text{منبع}}}{4\pi R^2} = \frac{P_{\text{صفحه}}}{S_{\text{صفحه}}} \Rightarrow \frac{P_{\text{منبع}}}{4\pi R^2} = \frac{P_{\text{صفحه}}}{\pi r^2} \Rightarrow \frac{P_{\text{منبع}}}{4 \times ۲۰^2} = \frac{\frac{E}{t}}{(۵ \times ۱۰^{-۳})^2}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{\text{منبع}}}{۱۶۰۰} = \frac{\frac{۳۰ \times ۱۰^{-۶}}{۶۰}}{۲۵ \times ۱۰^{-۶}}$$

$$P_{\text{منبع}} = ۳۲\text{ W}$$

بازۀ زمانی داده شده را ($\Delta t = ۱\text{ s}$)، برحسب دورۀ تناوب محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \Delta t = \frac{T}{۴}$$

معادله مکان-زمان نوسانگر ساده به صورت $x = A \cos \omega t$ است، در نتیجه می‌توان نوشت:

$$x_1 = A \cos \omega t_1 \Rightarrow \cos \omega t_1 = \frac{x_1}{A}$$

$$x_2 = A \cos \omega t_2 \xrightarrow{t_2 = t_1 + \frac{T}{۴}} x_2 = A \cos \omega \left(t_1 + \frac{T}{۴}\right) = A \cos \left(\omega t_1 + \frac{\omega T}{۴}\right)$$

$$\xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} x_2 = A \cos \left(\omega t_1 + \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{۴}\right) = A \cos \left(\omega t_1 + \frac{\pi}{۲}\right) = \pm A \sin(\omega t_1)$$

$$\Rightarrow \sin \omega t_1 = \pm \frac{x_2}{A}$$

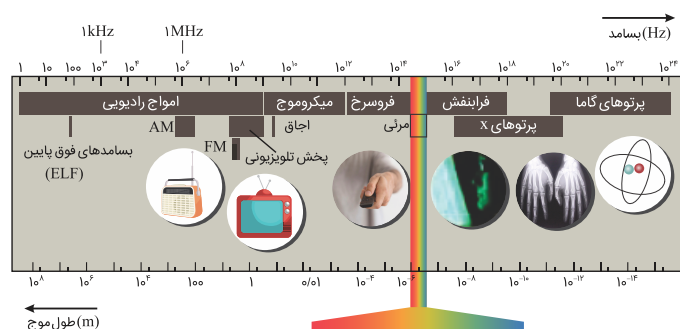
حالا به کمک رابطه $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = ۱$ می‌توان نوشت:

$$\sin^2 \omega t_1 + \cos^2 \omega t_1 = ۱ \Rightarrow \left(\pm \frac{x_2}{A}\right)^2 + \left(\frac{x_1}{A}\right)^2 = ۱$$

$$\Rightarrow A^2 = x_1^2 + x_2^2 \xrightarrow[x_2 = ۸\text{ cm}]{x_1 = ۶\text{ cm}} A^2 = ۶^2 + ۸^2 \Rightarrow A = ۱۰\text{ cm}$$

$$\Rightarrow v_{\text{max}} = A\omega, \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow[T = ۴\text{ s}]{\pi = ۳, A = ۱۰\text{ cm}} \omega = \frac{۳}{۲}, \quad v_{\text{max}} = ۱۵\text{ cm/s}$$

دقت کنید که اگر منبع صوتی ساکن باشد، طول موج تغییر نخواهد کرد. ضمناً اگر منبع و ناظر از هم دور شوند بسامد دریافتی توسط ناظر کاهش خواهد یافت. در این سؤال هم چون هر دو ناظر از چشمه صوت دور می‌شوند هر دو بسامدی کمتر را احساس خواهند کرد.



از زیروندهای ۱ و ۲ به ترتیب برای کمیت‌های وابسته به طناب نازک و ضخیم استفاده می‌کنیم.

زمان لازم برای آنکه یک تپ با تندی v طنابی به طول L را بپیماید از رابطه $t = \frac{L}{v}$ به دست می‌آید، بنابراین چون تپ بازتابشی در مدت $4s$ طول طناب نازک و تپ عبوری در مدت $20s$ طول طناب ضخیم را می‌پیماید، داریم:

$$\frac{t_1}{t_2} = \frac{L_1}{L_2} \times \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{4}{20} = \frac{L_1}{L_2} \times \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow \frac{L_1}{L_2} = \frac{v_1}{5v_2} \quad (I)$$

تندی حرکت تپ در طنابی به قطر D و چگالی ρ که با نیروی کشیده شده است از رابطه $v = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{F}{\pi\rho}}$ به دست می‌آید که با نوشتن شکل مقایسه‌ای آن خواهیم داشت:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{D_2}{D_1} \xrightarrow{(D_2=2D_1)} \frac{v_1}{v_2} = 2 \quad (II)$$

و در پایان با قرار دادن رابطه (II) در رابطه (I) خواسته سؤال را به دست می‌آوریم:

$$(I) : \frac{L_1}{L_2} = \frac{v_1}{5v_2} \xrightarrow{(II)} \frac{L_1}{L_2} = \frac{1}{5} \times 2 = \frac{2}{5}$$

$$\begin{cases} \text{نیروی کشش فنر : } F_e = -kx \\ \text{نیروی نوسان ساز : } F = ma = -m\omega^2 x \Rightarrow F_e = F \Rightarrow -kx = -m\omega^2 x \end{cases}$$

$$\Rightarrow k = m\omega^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

k: ثابت فنر؛ m: جرم جسم؛ ω : سرعت زاویه‌ای (بسامد زاویه‌ای)
در دستگاه وزنه - فنر، ضریب سختی فنر نقش ثابت نیرو را دارد.

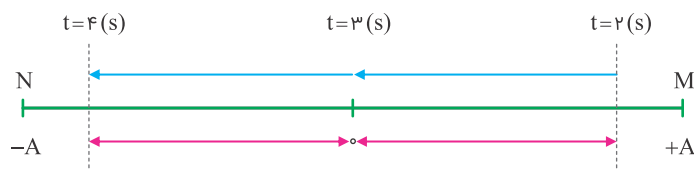
$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{k}{m}}} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

نکته: دوره نوسانگر وزنه - فنر به ویژگی‌های فیزیکی نوسانگر (جرم وزنه و ثابت فنر) بستگی دارد و مستقل از فاز اولیه و دامنه نوسان است.

نکته: در تمام نوسانگرهای هماهنگ ساده، دوره و بسامد از ویژگی‌های فیزیکی نوسانگر است و با تغییر دامنه و فاز حرکت، تغییری در آن‌ها ایجاد نمی‌شود. بنابراین، اگر جرم و ثابت نیرو تغییر نکنند، بسامد هم تغییر نمی‌کند که به این بسامد، "بسامد طبیعی" نوسانگر می‌گوییم.

$$\begin{cases} \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ a = -\omega^2 x \end{cases} \Rightarrow a = -\frac{kx}{m} = -\frac{400 \times (-4 \times 10^{-2})}{160 \times 10^{-3}} = 100 \text{ (m/s}^2\text{)}$$

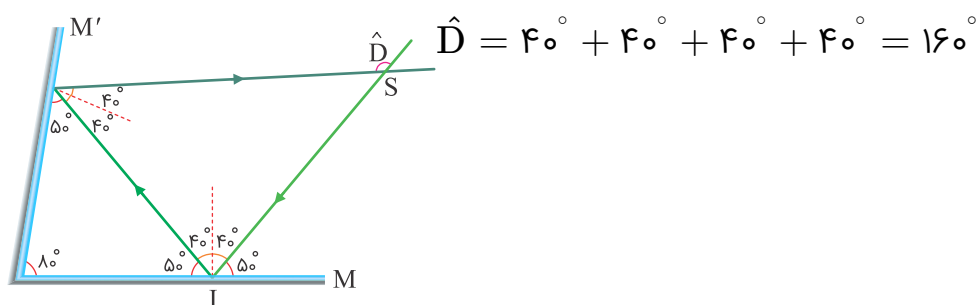
چون برای اولین بار مسافت طی شده در دو بازه زمانی برابر است، پس باید نوسانگر در فاصله زمانی مساوی در دو طرف مرکز حرکت نماید.
بنابراین خواهیم داشت:



پس نوسانگر از M تا O را در مدت ۳ ثانیه طی کرده که این زمان معادل $\frac{T}{4}$ است، پس:

$$\frac{T}{4} = 3 \Rightarrow T = 12 \text{ (s)}$$

با رسم پرتوها داریم:



$$\frac{2d + 9}{d} = 5 \Rightarrow d = 3 \Rightarrow \lambda = 12 \text{ m}$$

$$T = \frac{t}{N} = \frac{1}{5} \text{ s}$$

$$\left. \begin{array}{l} v = \frac{\lambda}{T} \\ v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\lambda}{T} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow \frac{12}{\frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{18}{\mu}} \Rightarrow \mu = 0.005 \text{ kg/m} = 5 \text{ g/m}$$

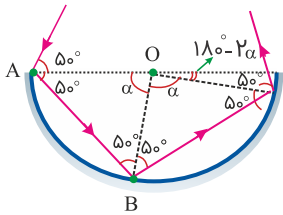
جرم هر نیم متر، $2/5$ گرم خواهد بود.

نیم‌خط عمود بر سطح در هر نقطه در راستای شعاع دایره در آن نقطه است.
طبق قانون بازتاب عمومی زاویه تابش و زاویه بازتابش برابرند؛ پس داریم:

$$\theta_r = \theta_i = 50^\circ$$

از طرفی مطابق شکل مثلث OAB متساوی‌الساقین است (زیرا دو ضلع مجاور به زاویه α شعاع‌هایی از دایره هستند و با هم مساوی‌اند)؛ بنابراین برای این مثلث داریم:

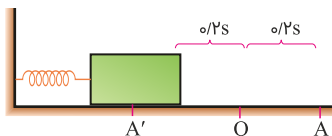
$$\alpha + 50^\circ + 50^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 80^\circ$$



بنابراین پس از $2 = \left[\frac{180}{\alpha} \right]$ بازتاب پرتو از سطح کروی خارج می‌شود.

در آونگ بارتون تمام آونگ‌های به نوسان درمی‌آیند اما آونگ هم طول با آونگ وادارنده (C) با دامنه بیشتری نوسان خواهد کرد.

فاصله نقطه O تا A، 40 cm یعنی دامنه نوسان 0.4 m است؛ پس گزینه‌های "۱" و "۲" نمی‌توانند درست باشند.
دوره تناوب، مدت‌زمانی است که نوسانگر یک نوسان کامل انجام می‌دهد.
 0.2 s طول کشیده تا جسم از نقطه A به O برسد؛ پس 0.2 s دیگر نیز طول می‌کشد تا از O به A' و سپس 0.4 s دیگر طول می‌کشد تا از A' به A بازگردد؛ بنابراین دوره نوسان این نوسانگر 0.8 s است.



$$x = A \cos \frac{2\pi}{T} t \Rightarrow x = 0.4 \cos \frac{2\pi}{0.8} t \Rightarrow x = 0.4 \cos \frac{5\pi}{2} t$$

تندی انتشار موج عرضی در تار از رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ به دست می‌آید که در آن $\mu = \frac{m}{l}$ است. از طرفی چگالی تار از رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ به دست می‌آید پس می‌توانیم نتیجه بگیریم که:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m}{lA} \Rightarrow \rho = \frac{\mu}{A} \Rightarrow \mu = \rho(\pi r^2)$$

$$\Rightarrow \mu = 8000 \times 3(1 \times 10^{-3})^2 = 24 \times 10^{-3} \text{ kg/m}$$

حالا تندی انتشار موج عرضی را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{960}{24 \times 10^{-3}}} = 200 \text{ m/s}$$

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{L(\text{طول لوله})}{\Delta t}$$

$$\Delta t_{\text{هوا}} - \Delta t_{\text{لوله}} = 1/7 \Rightarrow \frac{600}{300} - \frac{600}{v} = 1/7 \Rightarrow 2 - \frac{600}{v} = 1/7 \Rightarrow \frac{600}{v} = 0/3$$

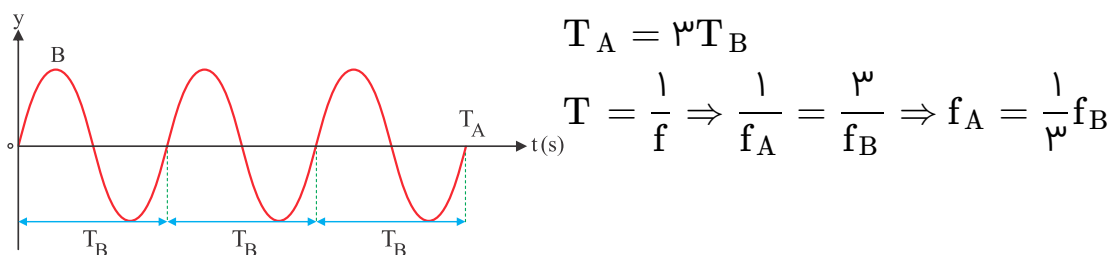
$$\Rightarrow v = 600 \times \frac{10}{3} = 2000 \text{ m/s}$$

در مورد ۱ از اثر دوپلر و در موارد ۲ و ۳ از مکان‌یابی پژواکی استفاده می‌شود.

دومین صدای پژواک پس از ۳ ثانیه از فریاد شنیده می‌شود، بنابراین فاصله شخص تا صخره دورتر برابر است با:

$$2x = vt \Rightarrow 2x = 340 \times 3 \Rightarrow x = 510 \text{ m}$$

در مدت زمان بیان شده روی نمودار، یک نوسان A کامل شده است.
بنابراین، یک دوره از زمان حرکت نوسانگر A گذشته است.



ابتدا دوره تناوب نوسانگر را محاسبه می کنیم:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \xrightarrow{\omega=2\omega\pi} 2\omega\pi = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = 0.08 \text{ s} = 80 \text{ ms}$$

پس در مدت زمان $t = 160 \text{ ms}$ ، نوسانگر دو دوره تناوب انجام می دهد.
هنگامی که نوسانگر دو دوره تناوب انجام می دهد، چهار بار طول پاره خط مسیر واکنش را طی می کند و چهار بار تندی آن بیشینه و نیز چهار بار شتاب آن بیشینه می شود. همچنین در طی دو دوره تناوب، بزرگی سرعت آن هشت بار به $\frac{1}{3}$ بزرگی سرعت بیشینه آن می رسد.

وقتی جرم ها به دورترین فاصله از نقطه تعادل می رسند ($x = A$)، سرعتشان صفر می شود. جرم m' در همین حال از دستگاه کنار گذاشته می شود و سپس جرم m به سمت نقطه تعادل شتاب می گیرد. درست مثل اینکه جرم m را به اندازه A از نقطه تعادل دور و سپس رها کرده ایم. واضح است جرم m با همان دامنه A به حرکت خود ادامه می دهد. در لحظه ای که جرم ها به دورترین فاصله از نقطه تعادل می رسند، انرژی جنبشی آن ها صفر و تمام انرژی دستگاه به صورت انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر است. یعنی انرژی دستگاه وابسته به جرم های m و m' نیست. وقتی جرم m' را کنار می گذاریم، انرژی دستگاه تغییر نمی کند (چون جرم m' انرژی جنبشی ای ندارد که بخواند با خود از دستگاه به خارج منتقل کند). انرژی مکانیکی دستگاه در حالت اول (E_1) با حالت دوم (E_2) برابر است:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2}kA_1^2 = \frac{1}{2}kA_2^2 \Rightarrow A_1 = A_2$$

گام اول: در لحظه‌ای که انرژی پتانسیل نوسانگر (۲) برابر انرژی مکانیکی نوسانگر (۱) است، سرعت نوسانگر (۲) برابر v است.

گام دوم: انرژی مکانیکی نوسانگرهای (۱) و (۲) را به دست می‌آوریم؛ با فرض اینکه m جرم هر یک از نوسانگرها باشد، داریم:

$$E_1 = \frac{1}{2}mv_{\max_1}^2 = \frac{1}{2}m \times 3^2 = \frac{9}{2}m$$

$$E_2 = \frac{1}{2}mv_{\max_2}^2 = \frac{1}{2}m \times 5^2 = \frac{25}{2}m$$

گام سوم: در پایان با نوشتن رابطه انرژی مکانیکی برای نوسانگر (۲) در لحظه‌ای که سرعت آن v است، خواسته تست را به دست می‌آوریم. باتوجه به شکل بالا، داریم:

$$E_2 = K_2 + U_2 \Rightarrow E_2 = K_2 + E_1 \Rightarrow \frac{25}{2}m = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{9}{2}m$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = 8m \Rightarrow v^2 = 16 \Rightarrow v = 4 \text{ m/s}$$

ابتدا نسبت سطح مقطع طناب در دو حالت را به دست می‌آوریم:

حجم سیم اولیه $= \frac{1}{4}$ حجم سیم جدید

$$\Rightarrow A_2 L_2 = \frac{1}{4} A_1 L_1 \xrightarrow{L_2 = 2L_1} A_2 \times 2L_1 = \frac{1}{4} A_1 L_1 \Rightarrow A_2 = \frac{1}{8} A_1$$

طبق رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\rho A}}$ نسبت تندی انتشار موج در طناب جدید (v_2) به تندی انتشار موج در طناب اولیه (v_1) را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1} \times \frac{\rho_1}{\rho_2} \times \frac{A_1}{A_2}} = \sqrt{1 \times 1 \times 8} = 2\sqrt{2}$$

با استفاده از رابطه $\Delta x = v \cdot \Delta t$ ، نسبت زمان‌های خواسته شده را به دست می‌آوریم:

$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{v_2}{v_1} \times \frac{t_2}{t_1} \Rightarrow 2 = 2\sqrt{2} \times \frac{t_2}{t_1} \Rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$